NGUYỄN VĂN KHUÊ (Chủ biên)
CẤN VĂN TUẤT - BÙI ĐẮC TẮC

Bài tập

PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀ TÍCH PHÂN

Tập I

SP

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN VĂN KHUÊ (CHỦ BIÊN)
CẤN VĂN TUẤT – BÙI ĐẮC TẮC

BÀI TẬP

PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀ TÍCH PHÂN

TẬP I

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Mã số: 01.01.57/254 – ĐH2003

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Cách đây không lâu nhóm tác giả (Nguyễn Văn Khuê, Cấn Văn Tuất và Đậu Thế Cấp) đã biên soạn (và đã được xuất bản) hai tập giáo trình Giải tích 1 và 2 về phép tính vi phân và tích phân đối với hàm giá trị Banach. Lúc đó vì không có thời gian nên hai tập giáo trình đó không có phần bài tập. Để bổ khuyết cho sự thiếu hụt này chúng tôi biên soạn phần bài tập cùng lời giải chi tiết thành hai tập về phép tính vi phân và tích phân.

Đây là tập 1 gồm các bài tập và lời giải đầy đủ về phép tính vi phân cùng một số vấn đề liên quan. Bố cục cũng như nội dung các bài tập được đưa ra phù hợp với lý thuyết các hàm khả vi mà nó được trình bày trong tập 1 của bộ giáo trình giải tích (hai tập) đã được xuất bản. Song vì giáo trình đó được trình bày tương đối hiện đại, khác biệt với các giáo trình trước đó nên chúng tôi không hy vọng mỗi sinh viên có thể tự giải được hết các bài tập. Vì muốn như vậy người học cần có thời gian hiểu thấu được lý thuyết và biết vận dụng nó một cách linh hoạt. Tuy nhiên trong suốt quá trình học tập 4 năm của mình các sinh viên khá giỏi có thể tự làm được điều này.

Phần 1 của cuốn bài tập này đưa ra các đề bài sau khi đã nhắc lại một số kiến thức cần thiết cho việc giải các đề bài đó. Phần 2 cho lời giải đầy đủ (hoặc hướng dẫn) các đề bài.

Vì đây là lần xuất bản đầu tiên, bài tập mang nội dung cũng như hình thức tương đối hiện đại, chúng tôi nghĩ rằng có thể có nhiều thiếu sót. Rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của độc giả.

Các tác giả

PHẦN I
TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ BÀI

Chương I
TẬP HỢP SỐ

§1. TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

Định nghĩa 1. Tập hợp A được gọi là bộ phận hay tập hợp con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của B.

Ký hiệu: $A \subset B$.

Ngoài ra nếu trong B có ít nhất một phần tử không là phần tử của A, thì tập hợp A là bộ phận (hay tập hợp con) thực sự của tập hợp B.

Rõ ràng là tập hợp rỗng $\varnothing$ là tập hợp con của tập hợp B, và $B \subset B$ với mọi tập hợp B.

Nếu tập hợp $A \subset B$ và tập hợp $B \subset A$ thì ta nói rằng A bằng B (hay A và B bằng nhau). Viết là $A = B$.

Tập con $E \subset A$ (từ đây về sau ta viết "tập" thay cho "tập hợp") gồm những phần tử $x \in A$ có tính chất $\alpha = \alpha(x)$ được viết là:

$$E = \{x \in A : \alpha(x)\}.$$

Định nghĩa 2. Cho hai tập A và B. Nếu có một qui luật f đặt tương ứng mỗi phần tử $x \in A$ với một và chỉ một phần tử $y \in B$, thì f được gọi là một ánh xạ (hay một hàm) từ A vào B. Ký hiệu là:

$$f : A \to B.$$

Phần tử $y \in B$ ứng với phần tử $x \in A$ qua ánh xạ f được gọi là ảnh của x (qua ánh xạ f), còn x được gọi là phần tử thuộc tạo ảnh của y, viết là:

$$x \mapsto f(x) \ (x \in A,\ f(x) \in B).$$

Tập:

$$f^{-1}(E) = \{x \in A : f(x) \in E \subset B\}$$

gọi là tạo ảnh của E. Nếu tập E chỉ có một phần tử y, ta viết $f^{-1}(y)$ thay cho $f^{-1}(\{y\})$ ($\{y\}$ là tập hợp chỉ có một phần tử y).

Ánh xạ $f : A \to B$ được gọi là đơn ánh nếu với mỗi $y \in B$, tập $f^{-1}(y)$ có không quá một phần tử (của tập A).

Trong trường hợp $f^{-1}(y) \neq \varnothing$ $\forall y \in B$, ánh xạ f được gọi là toàn ánh (và nói "từ A lên B").

Ánh xạ $f : A \to B$ vừa là đơn ánh, vừa là toàn ánh được gọi là song ánh.