

NGUYỄN VĂN KHUÊ (Chủ biên)
CẦN VĂN TUẤT - BUI ĐẮC TẮC

Bài tập

PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀ TÍCH PHÂN

Tập I



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn

NGUYỄN VĂN KHUÊ (CHỦ BIÊN)
CẦN VĂN TUẤT – BÙI ĐẮC TẮC

BÀI TẬP

PHÉP TÍNH VI PHÂN VÀ TÍCH PHÂN

TẬP I

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn - www.lib.hau.edu.vn

MỤC LỤC

Lời nói đầu	5
PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ BÀI	7
Chương I. Tập hợp số	7
§1. Tập hợp và ánh xạ	7
§2. Tập hợp số	17
Chương II. Đại cương về không gian metric và không gian Banach ..	23
A – Không gian metric	23
§1. Khái niệm không gian metric	23
§2. Sự hội tụ trong không gian metric	26
§3. Sự hội tụ trong không gian metric $\mathbb{R}$	31
§4. Tập đóng và tập mở trong không gian metric	33
§5. Không gian metric đầy	40
§6. Không gian metric Compact	45
§7. Ánh xạ liên tục giữa các không gian metric	48
B – Không gian Banach	54
§1. Không gian tuyến tính định chuẩn	54
§2. Ánh xạ tuyến tính liên tục	58
Chương III. Chuỗi trong không gian Banach	63

§1. Tổng của chuỗi trong không gian Banach	63
§2. Dây và chuỗi số	69
Chương IV. Hàm liên tục trên không gian metric	85
§1. Giới hạn của hàm	85
§2. Hàm số liên tục	88
Chương V. Phép tính vi phân	103
§1. Ánh xạ tuyến tính liên tục. Không gian $L(E_1, \dots, E_n; F)$	103
§2. Ánh xạ khả vi	108
§3. Đạo hàm cấp cao	121
§4. Định lý số giá giới nội	130
§5. Hàm ẩn	140
§6. Công thức Taylor	147
§7. Quy tắc L'Hospital	152
§8. Cực trị địa phương	157
PHẦN II. LỜI GIẢI HOẶC HƯỚNG DẪN	163
Chương I	163
Chương II	187

LỜI NÓI ĐẦU

Cách đây không lâu nhóm tác giả (Nguyễn Văn Khuê, Cấn Văn Tuất và Đậu Thế Cấp) đã biên soạn (và đã được xuất bản) hai tập giáo trình Giải tích 1 và 2 về phép tính vi phân và tích phân đối với hàm giá trị Banach. Lúc đó vì không có thời gian nên hai tập giáo trình đó không có phần bài tập. Để bổ khuyết cho sự thiếu hụt này chúng tôi biên soạn phần bài tập cùng lời giải chi tiết thành hai tập về phép tính vi phân và tích phân.

Đây là tập 1 gồm các bài tập và lời giải đầy đủ về phép tính vi phân cùng một số vấn đề liên quan. Bố cục cũng như nội dung các bài tập được đưa ra phù hợp với lý thuyết các hàm khả vi mà nó được trình bày trong tập 1 của bộ giáo trình giải tích (hai tập) đã được xuất bản. Song vì giáo trình đó được trình bày tương đối hiện đại, khác biệt với các giáo trình trước đó nên chúng tôi không hy vọng mỗi sinh viên có thể tự giải được hết các bài tập. Vì muốn như vậy người học cần có thời gian hiểu thấu được lý thuyết và biết vận dụng nó một cách linh hoạt. Tuy nhiên trong suốt quá trình học tập 4 năm của mình các sinh viên khá giỏi có thể tự làm được điều này.

Phần 1 của cuốn bài tập này đưa ra các đề bài sau khi đã nhắc lại một số kiến thức cần thiết cho việc giải các đề bài đó. Phần 2 cho lời giải đầy đủ (hoặc hướng dẫn) các đề bài.

Vì đây là lần xuất bản đầu tiên, bài tập mang nội dung cũng như hình thức tương đối hiện đại, chúng tôi nghĩ rằng có thể có nhiều thiếu sót. Rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của độc giả.

Các tác giả

PHẦN I

TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ ĐỀ BÀI

Chương I

TẬP HỢP SỐ

§1. TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

Định nghĩa 1. Tập hợp A được gọi là bộ phận hay tập hợp con của tập hợp B nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của B .

Ký hiệu: $A \subset B$.

Ngoài ra nếu trong B có ít nhất một phần tử không là phần tử của A , thì tập hợp A là bộ phận (hay tập hợp con) thực sự của tập hợp B .

Rõ ràng là tập hợp rỗng $\emptyset$ là tập hợp con của tập hợp B , và $B \subset B$ với mọi tập hợp B .

Nếu tập hợp $A \subset B$ và tập hợp $B \subset A$ thì ta nói rằng A bằng B (hay A và B bằng nhau). Viết là $A = B$.

Tập con $E \subset A$ (từ đây về sau ta viết “tập” thay cho “tập hợp”) gồm những phần tử $x \in A$ có tính chất $\alpha = \alpha(x)$ được viết là:

$$E = \{x \in A : \alpha(x)\}.$$

Định nghĩa 2. Cho hai tập A và B . Nếu có một qui luật f đặt tương ứng mỗi phần tử $x \in A$ với một và chỉ một phần tử $y \in B$, thì f được gọi là một ánh xạ (hay một hàm) từ A vào B . Ký hiệu là:

$$f : A \rightarrow B.$$

Phần tử $y \in B$ ứng với phần tử $x \in A$ qua ánh xạ f được gọi là ảnh của x (qua ánh xạ f), còn x được gọi là phần tử thuộc tạo ảnh của y , viết là:

$$x \mapsto f(x) \quad (x \in A, f(x) \in B).$$

Tập:

$$f^{-1}(E) = \{x \in A : f(x) \in E \subset B\}$$

gọi là tạo ảnh của E . Nếu tập E chỉ có một phần tử y , ta viết $f^{-1}(y)$ thay cho $f^{-1}(\{y\})$ ($\{y\}$ là tập hợp chỉ có một phần tử y).

Ánh xạ $f : A \rightarrow B$ được gọi là đơn ánh nếu với mỗi $y \in B$, tập $f^{-1}(y)$ có không quá một phần tử (của tập A).

Trong trường hợp $f^{-1}(y) \neq \emptyset \quad \forall y \in B$, ánh xạ f được gọi là toàn ánh (và nói “từ A lên B ”).

Ánh xạ $f : A \rightarrow B$ vừa là đơn ánh, vừa là toàn ánh được gọi là song ánh.

